



## Um Estudo Numérico de Estacas Ensaiadas pelo Método Bi-direcional

Leandro Soares Lima

Mestrando, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil,  
eng.leandrosoares@gmail.com

Francisco de Rezende Lopes

Professor, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, flopes@coc.ufrj.br

**RESUMO:** Aborda-se o comportamento de estacas em provas de carga bi-direcional, juntamente com prova convencional (carregamento no topo), pelo Método dos Elementos Finitos. É utilizado o software SigmaW, com um modelo hiperbólico de comportamento do solo, em solução axissimétrica. O estudo busca identificar as diferenças nos mecanismos de mobilização da resistência lateral da estaca nos dois modos de carregamento. Regiões com deslocamentos em sentidos opostos (ascendente e descendente) e diferenças na distribuição de tensões no solo são observadas. Um estudo paramétrico avalia diferentes relações comprimento/diâmetro e perfis do terreno. Inicialmente, usa-se uma abordagem simples, elástica-plástica, com a previsão do recalque para a carga de serviço pelo método Randolph e da carga de ruptura por método teórico de cálculo de capacidade de carga; em seguida, liga-se o ponto de recalque em serviço com a assíntota da ruptura pela equação de Van der Veen.

**PALAVRAS-CHAVE:** Prova de carga em estacas, Método Bi-direcional, Modelagem numérica.

**ABSTRACT:** Pile behavior in bidirectional load tests is evaluated by the Finite Element Method, as compared with conventional (top loading) tests. The SigmaW software is used, with a hyperbolic model of soil behavior, in an axisymmetric solution. The study seeks to evaluate the differences in shaft friction mobilization in the two loading modes. Regions with displacements in opposite directions (ascending and descending) and the differences in stress distribution in the soil are observed. A parametric study evaluates different length/diameter ratios and ground profiles. Initially, a simple, elastic-plastic approach is used, with the prediction of the settlement for the service load by the Randolph method and the failure load by a theoretical method of calculation of load capacity; then, the in-service settlement point is connected with the failure asymptote by Van der Veen's equation.

**KEYWORDS:** Pile load test, Bidirectional method, Finite element modeling.

### 1 Introdução

A prova de carga estática pelo método bi-direcional apresenta algumas vantagens – em particular em termos de custo –, mas seus resultados precisam ser interpretados para se obter a curva carga-deslocamento da estaca quando sujeita a carregamento por seu topo. Para esse efeito, há propostas para a construção da chamada *curva carga-recalque equivalente* (p. ex., Silva, 1986; Osterberg, 1998; Massad, 2015; Falconi e Maset, 2016; Cruz et al., 2022). Outra questão sobre o método bi-direcional é em que medida a resistência ao cisalhamento do solo é mobilizada, nessa prova, de forma diferente da prova convencional. O presente trabalho aborda essa questão,

Aponte a câmera do seu  
smartphone para o  
QR Code ao lado e salve o  
evento na sua agenda.



apresentando um estudo pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) de um conjunto de estacas (hipotéticas) carregadas pelos dois tipos de prova.

## 2 Casos Estudados

Foi estudado um conjunto de 4 estacas circulares (hipotéticas). Três casos são variações em torno de um caso base (Figura 1), que seria uma estaca de 40 cm de diâmetro, 11 m de comprimento, com célula expansiva a 2 m da ponta na prova bi-direcional. O subsolo foi suposto homogêneo, constituído por um material com propriedades de deformação constantes com a profundidade ( $G = 18 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0,4$ ), exceto no Caso 4. A Tabela 1 apresenta os 4 casos para o estudo paramétrico, com variação da razão  $L/B$ , e do perfil do módulo de cisalhamento do solo,  $G$ , ao longo do fuste e sob a base. O Caso 3, em que a estaca é bem mais longa, foi considerada ainda a flexibilidade da estaca (suposta de concreto com  $E_{pile} = 25 \text{ GPa}$ ), gerando o Caso 3b.

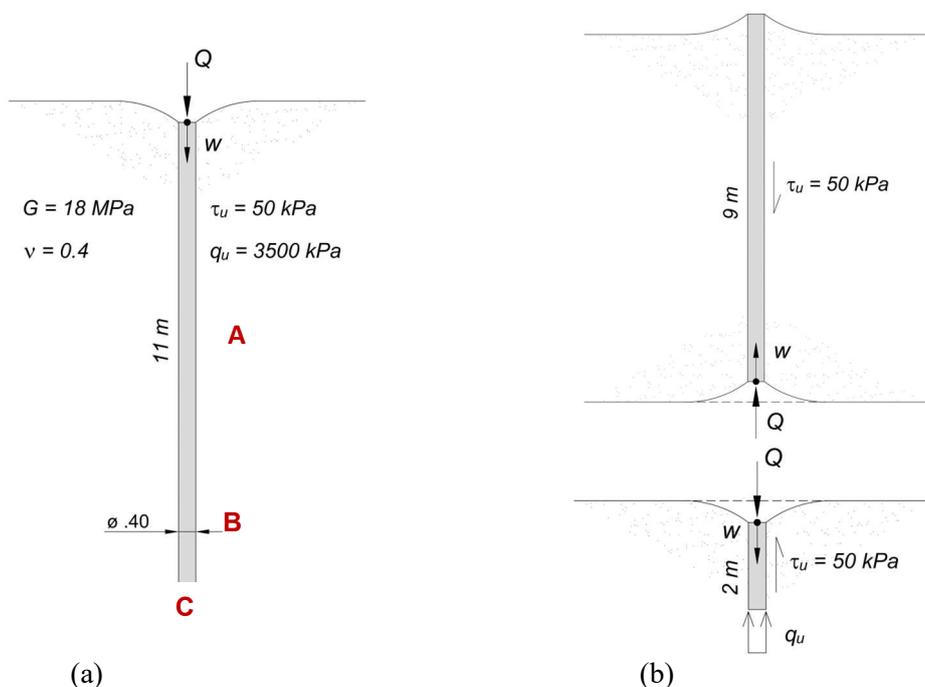


Figura 1. Estaca do Caso 1 em prova (a) convencional e (b) bi-direcional (os pontos A, B e C indicados serão usados no estudo de caminhos de tensão).

Tabela 1. Conjunto de casos estudados.

Caso	1	2	3	4
Comprimento $L$ (m)	11,0	11,0	22,0	11,0
Diâmetro $B$ (m)	0,40	0,60	0,40	0,40
$L/B$	27,5	18,3	55,0	27,5
$G_{fuste}$ (MPa)	18	18	18	18
$G_{base}$ (MPa)	18	18	18	90
Prof. célula (m)	9,0	9,75*	14,5	9,0

\*A célula foi baixada em relação ao Caso 1 por conta do maior diâmetro da estaca

Aponte a câmera do seu  
smartphone para o  
QR Code ao lado e salve o  
evento na sua agenda.



### 3 Previsão das Curvas Carga-Recalque por Métodos Teóricos Simples

As curvas carga-deslocamento dos 4 casos foram previstas inicialmente por métodos teóricos disponíveis, a saber: (i) método de Randolph (1985) para previsão do deslocamento sob carga de serviço; (ii) método teórico simples para capacidade de carga última; (iii) método de Van der Veen (1953) para a curva carga-deslocamento completa, ligando o ponto do recalque sob carga de serviço com a assíntota dada pela capacidade de carga última. Esses métodos puderam ser aplicados não só na prova de carga convencional como na bi-direcional, nesse caso, separando a estaca em 2 segmentos. A carga de serviço foi sempre adotada como metade da capacidade de carga última (equivalente a um  $FS = 2$ ).

Para a prova convencional, Randolph (1985) fornece a seguinte relação entre a carga aplicada,  $Q$ , e o recalque,  $w$ , para uma estaca rígida em meio homogêneo:

$$\frac{Q}{w r G} = \frac{4}{(1-\nu)} + \frac{2\pi L}{\zeta r} \quad (1)$$

onde  $L$  e  $r$  são o comprimento e o raio da estaca, e  $\zeta$  um coeficiente adimensional que correlaciona o raio de influência e o raio da estaca, valendo  $\zeta = \ln(r_m/r) \sim 4$ .

Já para a prova bi-direcional, o deslocamento do segmento superior pode ser obtido com:

$$\frac{Q_s}{w_s} = \frac{2\pi L G}{\zeta} \quad (2)$$

A capacidade de carga última foi obtida com a expressão:

$$Q_{ult} = \pi r^2 q_{ult} + 2\pi r L \tau_{ult} \quad (3)$$

Foram arbitrados um atrito lateral unitário  $\tau_{l,ult} = 50 \text{ kN/m}^2$  e uma resistência de ponta unitária de  $q_{p,ult} = 3.500 \text{ kN/m}^2$  de forma que a capacidade da carga da ponta se esgotasse junto com a capacidade do fuste acima e abaixo da célula.

A curva carga-deslocamento completa pode ser obtida com a equação de Van der Veen (1953):

$$Q = Q_{ult} (1 - e^{-\alpha w}) \quad (4)$$

Para o Caso 1 (base) e prova convencional, se obtém  $w = 1,85 \text{ mm}$ ,  $Q_{ult} = 1.130 \text{ kN}$ ,  $\alpha = 0,375 \text{ mm}^{-1}$ . Para a prova bi-direcional, se obtém: (i) segmento superior:  $w = 1,11 \text{ mm}$ ,  $Q_{ult} = 565 \text{ kN}$ ,  $\alpha = 0,626 \text{ mm}^{-1}$ ; (ii) segmento inferior  $w = 2,63 \text{ mm}$ ,  $Q_{ult} = 565 \text{ kN}$ ,  $\alpha = 0,264 \text{ mm}^{-1}$ . As curvas carga-deslocamento obtidas com a Equação (4) estão na Figura 2a para a prova bi-direcional. Na Figura 2b estão o resultado da prova convencional juntamente com 2 construções da curva carga-recalque equivalente. Pode-se observar que, nesse caso em que a estaca é rígida, as propostas Silva-Osterberg (Silva, 1986; Osterberg, 1998) e de Cruz et al. (2022) conduzem a curvas equivalentes praticamente coincidentes com a da prova convencional.

Aponte a câmera do seu  
smartphone para o  
QR Code ao lado e salve o  
evento na sua agenda.



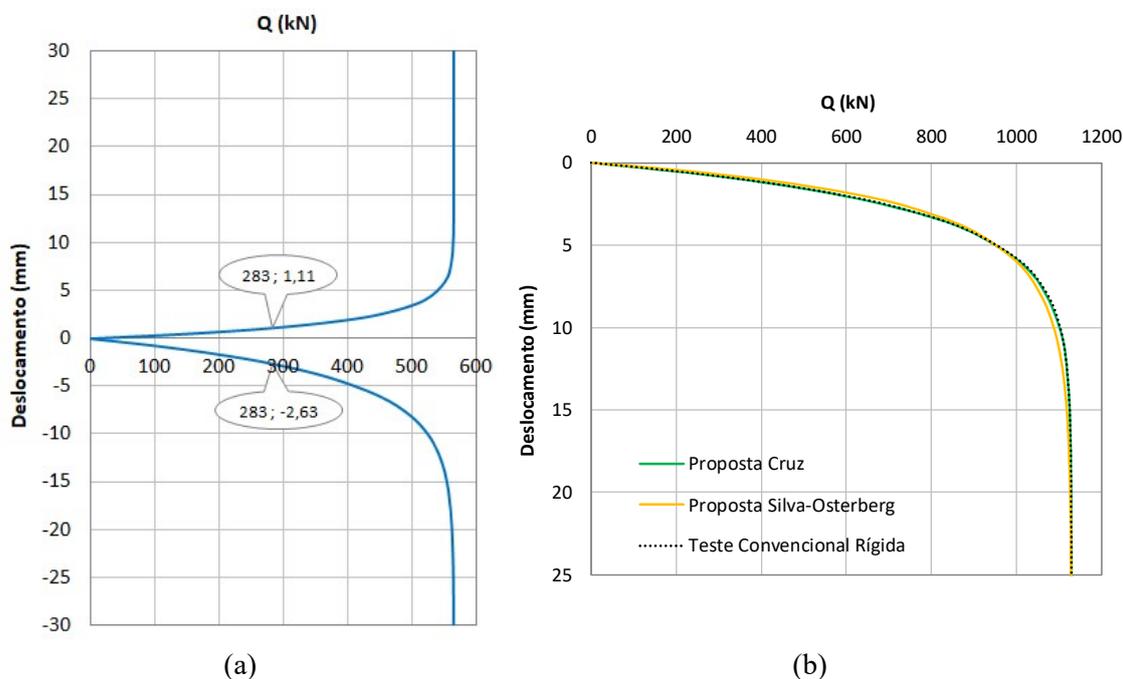


Figura 2. Resultados do Caso 1 – por métodos teóricos simples – em prova (a) bi-direcional e (b) convencional (juntamente com construções de curvas equivalentes).

#### 4 Modelagem Numérica (Método dos Elementos Finitos)

Foi utilizado o software SigmaW, da Geoslope, em solução axissimétrica. Foi adotado o modelo não linear hiperbólico de comportamento do solo (parâmetros na Tabela 2). O comportamento do solo foi considerado drenado e o NA suposto coincidente com NT.

Tabela 2. Parâmetros para análises pelo MEF (caso base).

$G = 18 \text{ MPa}$	$\nu = 0,4$
$c = 30 \text{ kPa}$	$\phi = 30^\circ$
$R_f = 0,95$	
$\gamma_{sat} = 19 \text{ kN/m}^3$	$K_o = \nu / (1 - \nu) = 0,67$

A rede de elementos finitos para a **prova convencional** foi adotada após refinamento progressivo até que o resultado de uma análise elástica linear praticamente coincidissem com o resultado do método de Randolph (1985). A Figura 3a mostra a rede final, com refinamento maior na vizinhança da estaca.

A rede de elementos finitos para a **prova bi-direcional** foi adotada após testes de redes considerando a possibilidade de uma ruptura por tração em um plano horizontal no nível da célula expansiva. A Figura 3b apresenta a rede de elementos finitos final, com um refinamento adicional sob a base da estaca e na região da trinca esperada. Como se verá adiante, a superfície que separa

Aponte a câmera do seu smartphone para o QR Code ao lado e salve o evento na sua agenda.



as duas regiões com deslocamentos para cima e para baixo não é horizontal como se esperaria, mas o refinamento de rede adotado cobriu satisfatoriamente a região.

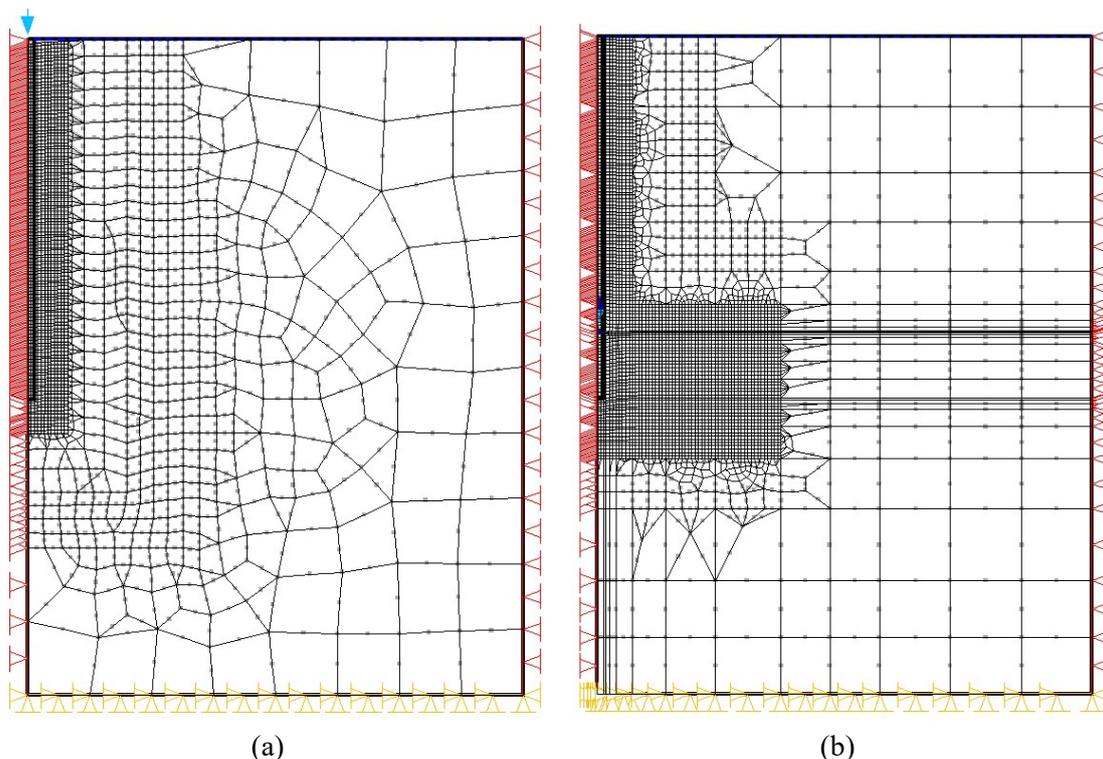


Figura 3. Rede de elementos finitos, Caso 1: (a) prova convencional e (b) prova bi-direcional.

## 5 Resultados

A seguir os resultados são apresentados: (i) uma comparação de deslocamentos nos 2 tipos de provas de carga – como curvas de iguais valores e como vetores –, (ii) um conjunto de curvas carga-deslocamento para os 4 casos (inclusive o Caso 3b, com a estaca compressível) e (iii) caminhos de tensão ao redor da estaca para um caso.

### Curvas de iguais valores e vetores de deslocamentos

A Figura 4 apresenta, como exemplo, deslocamentos obtidos no Caso 1 para prova bi-direcional. Na Figura 4a estão curvas de iguais valores de deslocamentos e na Figura 4b estão vetores de deslocamentos.

Um aspecto interessante da Figura 4a é que a fronteira entre a região que se desloca para cima e a que se desloca para baixo – a superfície de deslocamento zero – não é um plano horizontal, mas se apresenta curva. Deslocamentos mais significativos formam um bulbo (ou um elipsoide) na vizinhança do segmento inferior da estaca.

Aponte a câmera do seu  
smartphone para o  
QR Code ao lado e salve o  
evento na sua agenda.



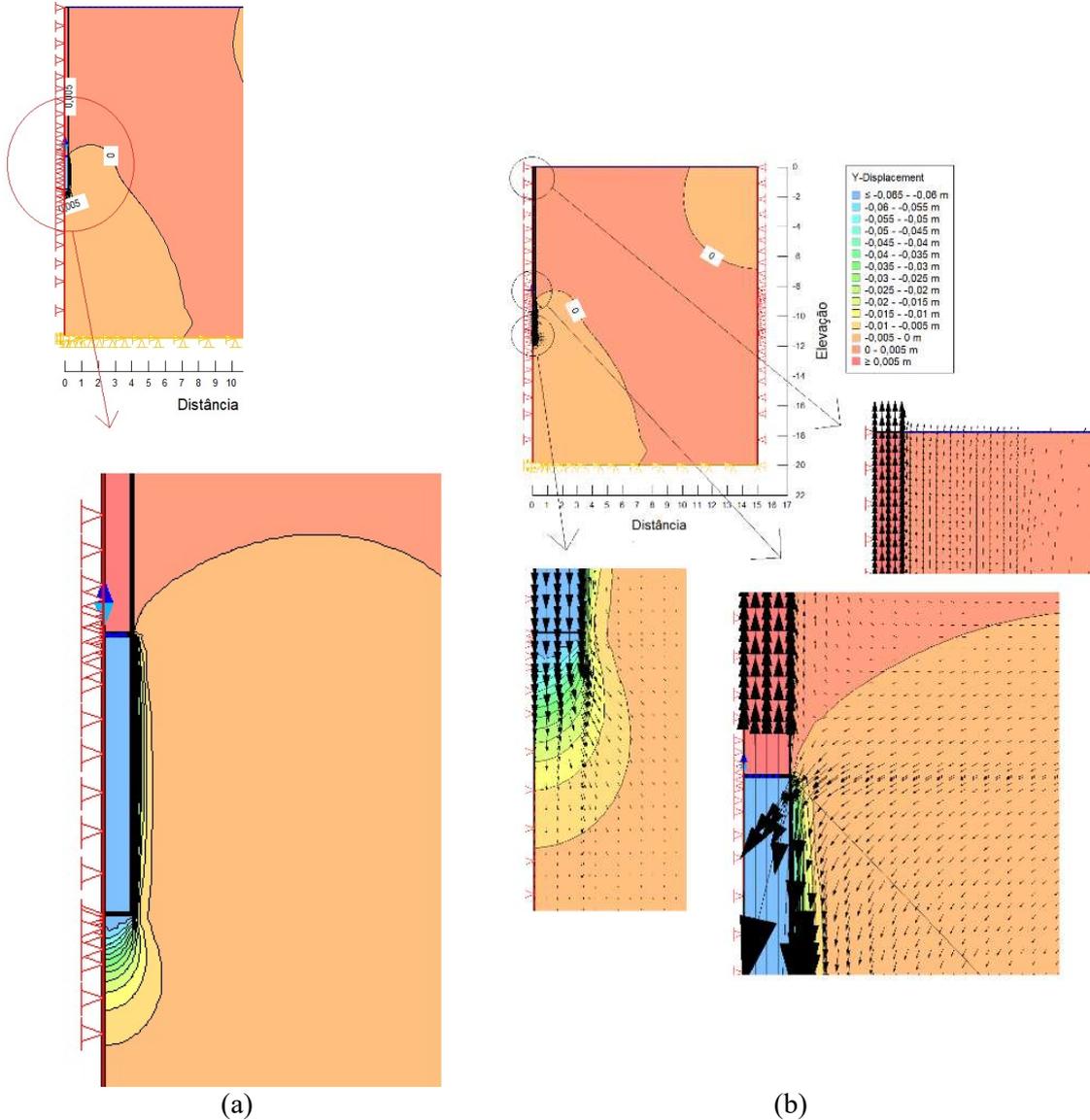


Figura 4. Resultados de prova bi-direcional, Caso 1: (a) curvas de iguais valores de deslocamentos verticais e (b) vetores de deslocamentos.

A Figura 5 apresenta, como exemplo, curvas de iguais valores e vetores de deslocamentos verticais obtidos no Caso 1 para prova convencional. Observa-se que toda a região ao redor da estaca tem deslocamento para baixo.

### Curvas carga-deslocamento

As curvas carga-deslocamento dos 4 casos são apresentadas nas Figuras 6 a 9. Nessas figuras, à esquerda, estão os resultados da prova bi-direcional e, à direita, curvas da prova convencional juntamente com *curvas equivalentes* seguindo a construção Silva-Osterberg.

Aponte a câmera do seu  
smartphone para o  
QR Code ao lado e salve o  
evento na sua agenda.



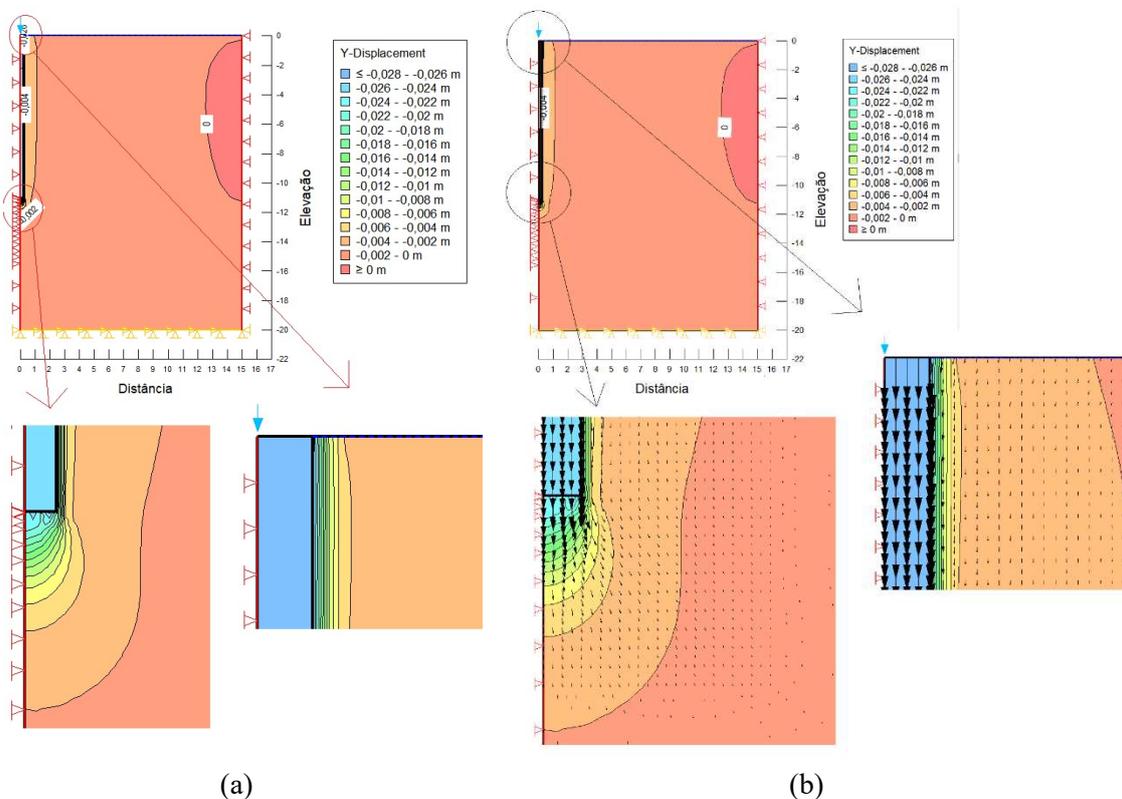


Figura 5. Resultados da prova convencional, Caso 1: (a) curvas de isovalores de deslocamentos verticais e (b) vetores de deslocamentos.

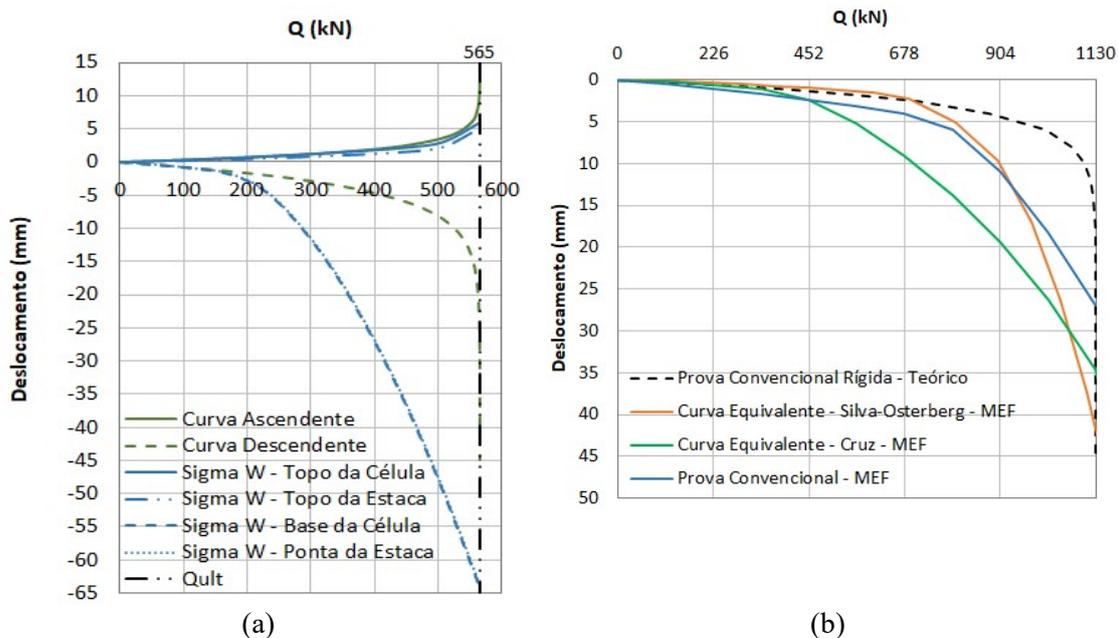


Figura 6. Caso 1: (a) curvas ascendentes e descendentes obtidas com o MEF e de forma teórica e (b) curvas da prova convencional e equivalentes.

Aponte a câmera do seu smartphone para o QR Code ao lado e salve o evento na sua agenda.



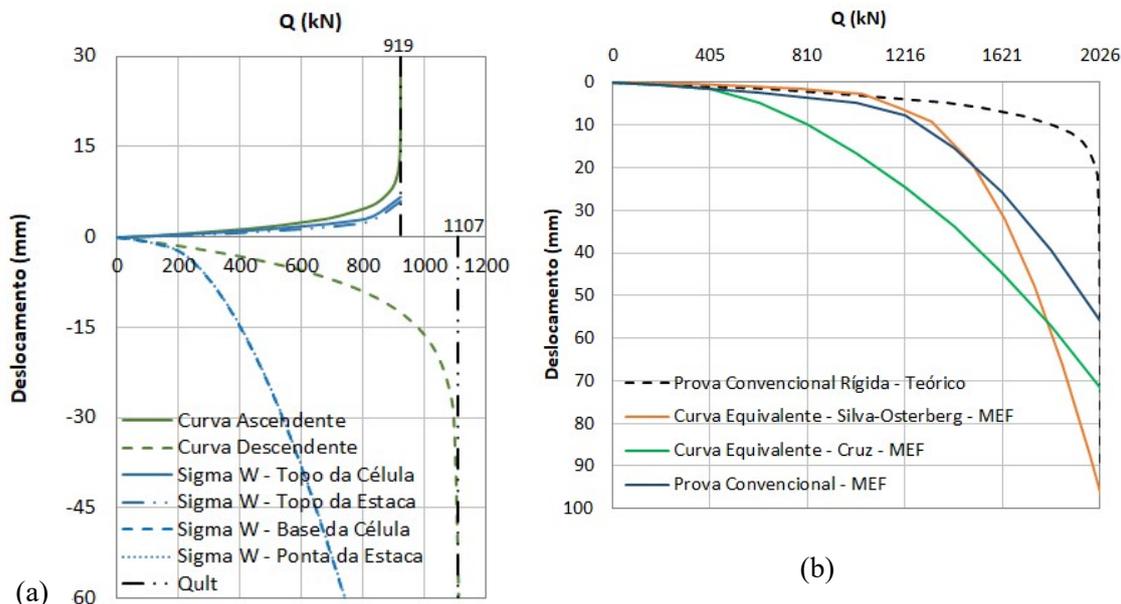


Figura 7. Caso 2: (a) curvas ascendentes e descendentes obtidas com o MEF e de forma teórica e (b) curvas da prova convencional e equivalentes.

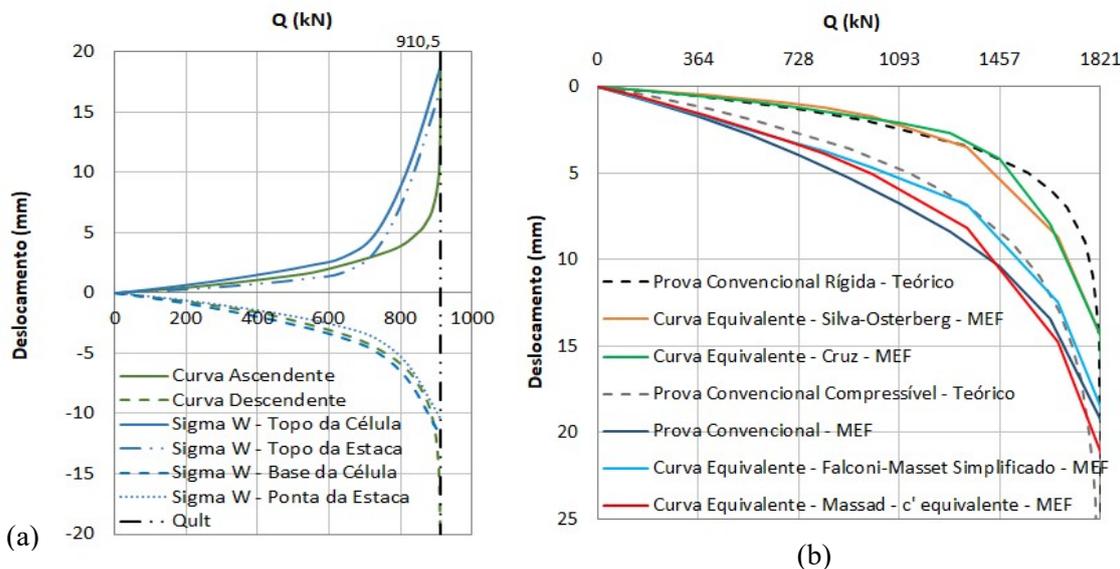


Figura 8. Casos 3a e 3b: (a) curvas ascendentes e descendentes obtidas com o MEF e de forma teórica e (b) curvas da prova convencional e equivalentes.

A Figura 8 apresenta 2 conjuntos de curvas, um para a estaca incompressível – Caso 3a – e outro para estaca compressível – Caso 3b –. Observa-se um efeito importante da compressibilidade da estaca nesse caso em que a estaca é esbelta ( $L/B = 55$ ). Os métodos de construção da curva equivalente que levam em conta a compressibilidade da estaca – de Massad (2015) e Falconi e Maset (2016) – produzem curvas equivalentes bem mais próximas da curva da prova convencional.

Aponte a câmera do seu smartphone para o QR Code ao lado e salve o evento na sua agenda.



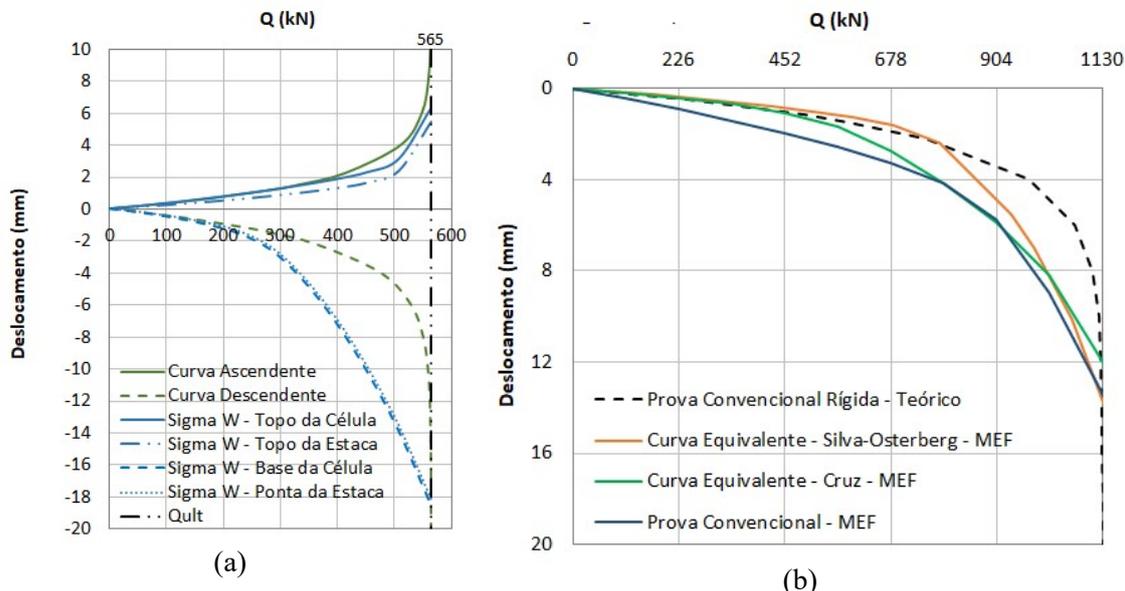


Figura 9. Caso 4: (a) curvas ascendentes e descendentes obtidas com o MEF e de forma teórica e (b) curvas da prova convencional e equivalentes.

### Caminhos de tensão

A Figura 10 apresenta caminhos de tensão efetiva (CTE) de 3 pontos ao redor da estaca, indicados na Figura 1, a saber: **A** ao lado do fuste da estaca (a meia altura do segmento superior), **B** ao lado do segmento inferior do fuste e **C** sob a base. Os caminhos de tensões totais (CTT) não são apresentados porque são paralelos aos efetivos, distantes da poro-pressão inicial no ponto, já que não há geração de poro-pressões (as análises são drenadas).

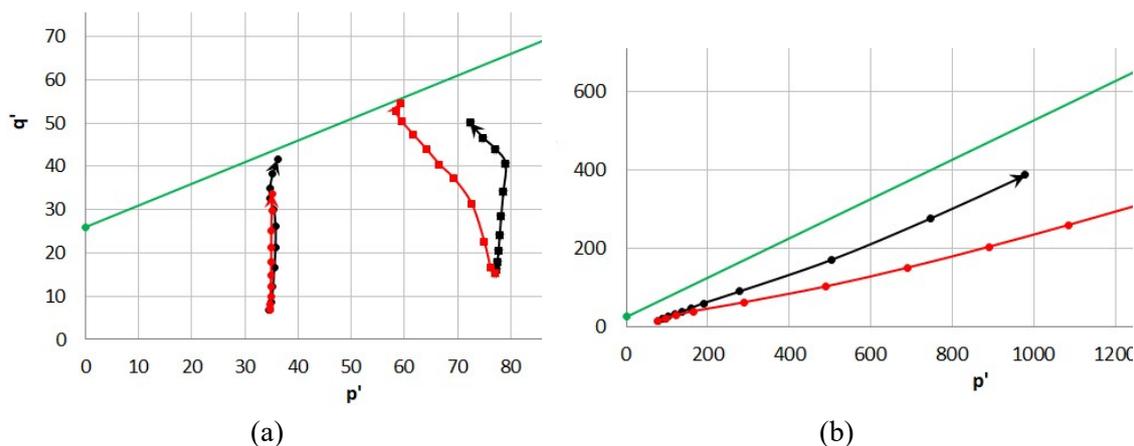


Figura 10. Caminhos de tensão (a) nos ponto **A** e **B** e (b) no ponto **C**, para provas bi-direcional (linhas vermelhas) e convencional (linhas pretas), Caso 1.

Podem-se observar caminhos de tensão verticalizados no solo ao lado do fuste, independente do sentido em que aquele segmento da estaca é carregado, características do

Aponte a câmera do seu smartphone para o QR Code ao lado e salve o evento na sua agenda.



cisalhamento simples. O que se nota é um pequeno desvio do CTE ao lado do segmento inferior do fuste na prova bi-direcional, indicando uma resistência ao cisalhamento naquele trecho um pouco menor do que na prova convencional. Uma explicação seria que, na prova bi-direcional, por conta do carregamento ascendente do solo pelo segmento superior da estaca, há uma redução nas tensões verticais ao lado do fuste no segmento inferior e, conseqüentemente, uma redução na resistência ao cisalhamento (e atrito lateral).

## 6 Considerações Finais

- No presente estudo, as provas de carga pelo método bi-direcional tiveram as células expansivas escolhidas a profundidades tais que a capacidade de carga do segmento inferior fosse atingida praticamente junto com a capacidade de carga do segmento superior. Essa é uma questão crucial nesse tipo de prova de carga. Se a escolha não for muito acertada, a capacidade de carga de um segmento se esgota antes da outra, e a prova se encerra, sendo necessária uma extrapolação da curva que terminou precocemente. Essa extrapolação pode prejudicar a qualidade da curva carga-recalque equivalente.
- Os métodos de construção da curva equivalente de Silva-Osterberg e de Cruz et al. (2022) praticamente coincidem no caso de estacas rígidas. No caso em que a flexibilidade da estaca é considerável, os métodos que levam em conta esse fator, como, por exemplo, de Massad (2015) e Falconi e Maset (2016), são indicados.
- Um estudo de caminhos de tensão (CTE) de pontos ao redor da estaca indica caminhos verticalizados no solo ao lado do fuste, característicos do cisalhamento simples. Se observa, na prova bi-direcional, um pequeno desvio do CTE no solo ao lado do segmento inferior, sugerindo uma resistência ao cisalhamento naquele segmento um pouco menor do que na prova convencional. Uma explicação seria uma redução na tensão vertical ao lado desse segmento por conta do carregamento vertical ascendente do solo acima da célula na prova bi-direcional.

## Referências

- CRUZ, F.V.A.S.; LOPES, F.R.; FREITAS, A.C. (2022) Contribuição à construção de curva carga-recalque equivalente de estacas ensaiadas pelo método bi-direcional. In: CONG. BRASILEIRO MEC. SOLOS ENG. GEOTÉCNICA, XX, *Anais*, Campinas.
- FALCONI, F.F., MASET, V.L. (2016) Análise prática de resultados de ensaios bidirecionais. In: CONG. BRASILEIRO MEC. SOLOS E ENG. GEOTÉCNICA, XVIII, *Anais*, Belo Horizonte.
- MASSAD, F. (2015) On the Interpretation of the Bidirectional Static Load Test. *Soils & Rocks*. vol. 38, no. 3, p. 249-262.
- OSTERBERG, J. O. (1998) The Osterberg load test method for bored and driven piles the first ten years. In: SEVENTH INTERNATIONAL CONFERENCE & EXHIBITION ON PILING AND DEEP FOUNDATIONS, 7, *Proceedings*, Viena, pp. 1-17.
- RANDOLPH, M. F. (1985) Theoretical methods for deep foundations. In: SIMPÓSIO TEORIA E PRÁTICA DE FUNDAÇÕES PROFUNDAS - SEFE, *Anais*, Porto Alegre, vol.1, pp. 1-50.
- SILVA, P. E. C. A. F. (1986) Célula expansiva hidrodinâmica: Uma nova maneira de executar provas de carga. In: CONG. BRASILEIRO MEC. SOLOS E ENG. GEOTÉCNICA, VIII, *Anais*, Porto Alegre, pp. 223-241.
- VAN DER VEEN, C. (1953) The bearing capacity of a pile. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SOIL MECHANICS AND FOUNDATION ENGINEERING – ICSMFE, 3, *Proceedings*, Zurique, vol. 2, pp. 84-90.

Aponte a câmera do seu  
smartphone para o  
QR Code ao lado e salve o  
evento na sua agenda.

